המחלקה להנדסת אלקטרוניקה, מחשבים והנדסה רפואית

בית הספר להנדסה - רופין

### מעבדה מס. 2 - מערכות דיסקרטיות בתחום הזמן

### התמרת פורייה של אות בדיד - DTFT

מגיש: ארז יעקב איינס.

תאריך הגשה: 13/04/18

הפונקציה **DTFT\_evaluation** מבצעת חישוב של התמרת פוריה בזמן בדיד ומציגה את התמרת פורייה (הקומפלקסית) של פונקציית תמסורת מסויימת בשני אופנים: 1) חלק ממשי ומדומה, 2) אמפליטודה ופאזה. הפונקציה מקבלת שלושה ערכים num,den,theta.

ניתן להשתמש בפונקציה כדוגמא לחישוב תגובת התדר ושרטוטו.

מה מייצגים ערכי המשתנים num,den,theta הנשלחים לפונקציה?

* Num – הוא וקטור שמייצג את מקדמי המונה של פונקציית התמסורת שמעוניינים להתמיר ולדגום.
* Den – הוא וקטור שמייצג את מקדמי המכנה של פונקציית התמסורת שמעוניינים להתמיר ולדגום.
* Theta – הוא ווקטור דגימות של ערכי הזווית  שבהם אנו מעוניינים לדגום את ה-DTFT.

#### שאלות

עבור כל אחת מהמערכות:

1. חשב בעזרת מטל"ב את תגובת התדר של המערכת , עבור .
2. שרטט את התמרת הפורייה הקומפלכסית של פונקצית התמסורת באופן הבא:

* אמפליטודה – את האמפליטודה יש לשרטט בחלק האמצעי של ה- figure, כלומר subplot(312) כאשר יש להוסיף כותרות לשרטוט ולצירים
* פאזה – את הפאזה יש לשרטט בחלק התחתון של ה- figure, כלומר subplot(313) ולהוסיף כותרות לשרטוט ולצירים.

1. הרץ את התוכנית ובחן את הגרפים שנוצרו. האם הפונקציה מחזורית ב θ? מהו המחזור? הסבר את הסימטריות השונות (פונקציה זוגית, אי זוגית) שמוצגות לכל אחד מהגרפים השונים – האם הם מתאימים לתכונות של התמרת DTFT הידועים לך?
   * גרף המערכת הראשונה:  
     
   * גרף המערכת השניה:  
     
   * גרף המערכת השלישית:  
     
   * גרף המערכת הרביעית:  
     
   * גרף המערכת החמישית:  
     
   * בכל ההתמרות - האמפליטודה והפאזה מחזוריות  כצפוי מהתמרת ה-DTFT למרות שיש צורך בתיקון קפיצות פאזה בגודל  שנובעות מ  שלא מתחשב בגודל של החלקים הממשיים והמדומים של ההתמרה אלא רק ביחס ביניהם.
   * האמפליטודה זוגית כי התגובה לדגם יחידה ממשית והפאזה אי-זוגית מאותה הסיבה בדיוק. 
2. איזה תדר מיוצג במספר 3 בציר x של הגרפים?
   * התדר שמיוצג במספר  בציר  שקול מודולו  לערך שמיוצג בערך  בציר  וערכו לאחר הרחבת הציר בחזרה ב-  הוא התדר המקסימלי שהמערכת מסוגלת להציג עבורו הגבר ושינוי פאזה מכיוון ש: 
3. האם קיימות קפיצות בשרטוט הפאזה של המערכות? מהו ערך הקפיצה? מה מייצגות הקפיצות?
   * במערכת מספר 3: קיימת קפיצה בגודל  בכל כפולה של  כתוצאה מקוטב על מעגל היחידה בתדר 0.
   * במערכת מספר 4: קיימת קפיצה "לא אמיתית" בערך של  .
   * במערכת מספר 5: קיימת קפיצה "אמיתית" בגודל  שנובעת מאפס מריבוי 2 בתדר 0 (1 על מעגל היחידה) וקפיצות בגודל  בתדר  שנובעות מאפס מריבוי 1 ( על מעגל היחידה)
4. השתמש בפונקציית unwrap באופן הבא: unwrap(angle(h)) בפונקצית ה- plot. האם ישנו שינוי בתמונת הפאזה?
   * במערכת מספר 1: אין שינוי בתמונת הפאזה כי הפאזה רציפה, לכן פונקציית unwrap לא משנה את וקטור הפאזה של ההתמרה.
   * במערכת מספר 2: אין שינוי בתמונת הפאזה כי הפאזה רציפה, לכן פונקציית unwrap לא משנה את וקטור הפאזה של ההתמרה.
   * במערכת מספר 3 הקפיצה היא בגודל אמיתי של  רדיאנים ולכן unwrap לא משפיעה על וקטור הפאזה.
   * במערכת מספר 4 הקפיצה בפאזה היא בגודל  ולכן unwrap מחשב את ערך הקפיצה האפקטיבי והוא 0 רדיאנים.
   * במערכת מספר 5: unwrap מבטל את הקפיצה האמיתית ב-DC כי ערכה  ולא מבטל את הקפיצות בתדר הגבוהה.
5. כעת תגובת הפאזה של המערכת מבוטאת ביחידות של רדיאנים כפונקציה של התדר θ. שנה את התוכנית כך שתגובת הפאזה תבוטא במעלות ולא בראדיאנים. (שים לב שמדובר על שינוי ערכי תגובת הפאזה של המערכת ולא ערכי התדר. גם ערכי התדר(θ) מבוטאים ברדיאנים אך אין לשנות ערכים אלו ויש להשאיר אותם ברדיאנים).
   * גרף המערכת 1 (פאזה במעלות):  
     
   * גרף המערכת 2 (פאזה במעלות):  
     
   * גרף המערכת 3 (פאזה במעלות):  
     
   * גרף המערכת 4 (פאזה במעלות):  
     
   * גרף המערכת 5 (פאזה במעלות):  
     
   * **תכונות של DTFT**

רוב התכונות של DTFT ניתנות להצגה ע"י דוגמאות פשוטות. נשתמש בסדרות בעלות אורך סופי להצגה של תכונות אלו.

**4 - ההזזה בזמן**

הפונקציה, **DTFT\_timeShift( theta,D,h1 )**, מחשבת ומשרטטת התמרות פורייה של שתי סדרות H1, H2 - כאשר סדרה h2 היא הזזה בזמן של סדרה h1 . הפונקציה מקבלת שלושה ערכים theta,D,h1.

#### שאלות

1. הוסף לפונקציה שורות המשרטטות את שתי הסדרות h1, h2 בעזרת פונקציית stem. השרטוט יהיה בחלון אחד אבל בשני גרפים נפרדים (האחד מעל השני) תוך שימוש בפקודות subplot.
2. בפונקציה DTFT\_timeShift( theta,D,h1 ) - איזה משתנה מבין המשתנים השונים בתוכנית שולט בהזזה של הסדרה?הוסף לתכנית פקודות שיציגו כותרות לצירים (בדומה לפונקציה DTFT\_evaluation( num,den,theta )).
   * המשתנה D שולט באורך ההזזה.
3. הרץ את הפוקנציה DTFT\_timeShift( theta,D,h1 ) עם ערכי המתשנים הבאים:

theta = -pi:2\*pi/255:pi; D = 2;

h1 = [1 2 1 0 0 0 0 0 0 ];

הסבר את התוצאות. שים לב שבספקטרום הפאזה יש קפיצות. למה?

* + גרפים:  
      
      
    
  + הזזה בזמן משנה את הפאזה ולא משפיעה על האמפליטודה של ההתמרה.
  + הפאזה משתנה ב- בהתמרה המקורית (במחזור) והזזה ב-2 דגימות יוצרת קוטב מסדר 2 באפס לכן הפאזה משתנה בשיפוע שלילי יותר (סה"כ צריך לרדת עוד  ולכן מקבלים קפיצה "לא אמיתית" אחת למחזור (בין 0 ל- ).

1. חזור על ההרצה של הפונקציה עבור הזזת זמן שאורכה מחצית של ההזזה הקודמת. איך השתנו התוצאות? האם מתאים לתיאוריה?
   * הגרף המתקבל:  
     
   * נוספה ירידה נוספת של  למחזור בהתאמה לתיאוריה.
2. חזור על סעיפים 3 ו- 4 עבור הסדרה [1 1 1 0 0 0 0 0] – האם התוצאה מתאימה לתיאוריה.
   * הגרפים: (עבור הזזה ב-2 דגימות)  
       
     
   * ועבור הזזה בדגימה 1: 
   * ולאחר unwrap: 
   * התוצאות תואמות את התיאוריה .

**5 - ההזזה בתדר**

הפונקציה, **DTFT\_freqShift( theta,th0,num1 )**, מחשבת ומשרטטת התמרות פורייה של שתי סדרות num1, num2 - כאשר סדרה num2 נוצרה מסדרה num1 ע"י הזזת תדר. הפונקציה מקבלת שלושה ערכים theta,th0,num1.

#### שאלות

1. האם הסדרות ממשיות?
   * הסדרות יכולות להיות ממשיות מדומות או מרוכבות.  
     אפשר בעזרת פאזת קלט מסויימת להפוך סדרת קלט ממשית למדומה וסדרת קלט מדומה לממשית.
2. איזה פרמטר שולט בהזזה של התדר?
   * הפרמטר th0 שולט בהזזה בתדר בגודל  .
3. הרץ את הפונקציה DTFT\_freqShift( theta,th0,num1 ) עם ערכי המשתנים הבאים:

theta = -pi:2\*pi/255:pi; th0 = 0.4\*pi;

num1 = [1 2 1 0 0 0 0 0 0];

הסבר התוצאות.

* + מכיוון שכפל באקספוננט זמני בתדר  בזמן גורם להזזה בתדר באותו התדר, וממחזוריות ההתמרה נובעת הזזה ציקלית  בתדר (כשמתבוננים במחזור באורך ) לכן מתקבל הגרף הבא:  
    

1. חזור על ההרצה עבור הזזת תדר כפולה. הסבר התוצאות.
   * נצפה לקבל גרף מוזז פי 2 מודולו  (ההזזה בגודל  ולכן נראה הזזה כפולה ממקודם):  
     
2. חזור על ההרצה עבור הזזת תדר משולשת. הסבר התוצאות.
   * קיבלתי הזזה משולשת בתדר (מקווה שאין משהו שאני מפספס :/... )
3. חזור על סעיפים 3-5 עבור הסדרה [1 1 1 0 0 0 0 0].
   * הגרפים של שלושת ההרצות:  
       
       
     
   * לא מוצא מה להסביר חוץ מלחזור על ההסבר של הסעיף המקורי...

**6 - קונוולוציה**

הפונקציה, **DTFT\_conv( theta,x1,x2 )**, מחשבת קונוולוציה בין שתי סדרות (x1,x2 ), מחשבת את התמרת הפורייה של כל סדרה, מחשבת את המכפלה של ההתמרות, ומחשבת את ההתמרה של תוצאת הקונוולוציה. הפוקנציה מקבלת שלושה ערכים theta,x1,x2.

#### שאלות

1. הוסף לפונקציה שרטוט של שלושת הסדרות x1, x2, y בעזרת פונקציית stem. השרטוט יהיה בחלון אחד אבל בשלושה גרפים נפרדים (האחד מעל השני) תוך שימוש בפקודות subplot . חשב את אורך הסדרות השונות בעזרת פונקציית length . רשום את אורך כל סדרה בכותרת מעל השרטוט שלה. האם אורך הסדרה y מתאים לתיאוריה?
   * אורך סדרך הקונבולוציה צריך לפי התיאוריה להיות: 
   * אורכי הסדרות הם 9 ו-5, לכן נצפה לוקטור קונבולוציה באורך 13 ואכן זה מה שמתקבל.
2. הוסף הערות לפונקציה DTFT\_conv( theta,x1,x2 ) וכותרות לצירים.
3. הרץ את הפונקציה עם המשתנים הבאים:

theta = -pi:2\*pi/255:pi;

x1 = [1 3 5 7 9 11 13 15 17];

x2 = [1 -2 3 -2 1];

הסבר התוצאות.

* + הגרפים המתקבלים:  
      
    
  + לפי התיאוריה, קונבולוציית האותות בזמן שוות ערך בתחום התדר למכפלת ההתמרות, כלומר, למכפלת האמפליטודות ולחיבור הפאזות:  .
  + התוצאות תואמות את התיאוריה.

1. חזור על ההרצה עבור סדרה x1 [1 1 1 0 0], ועבור סידרה x2 [0 0 0 0 0 0 0 1 1 1]. הסבר את התוצאות.
   * הגרפים של ההרצה הנוספת:  
       
     
   * הגרפים מאשרים את המסקנות הקודמות שהתוצאות מסכימות עם התיאוריה.